TAM SAYILAR

Her $n \in \omega$, $n \geqslant 1$ için $n \times \{n\}$ kümesini $-n$ ile gösterelim. $-n = -m$ olması için gerek ve yeter koşulun $n = m$ olduğu açık. Ayrıca $-0 = 0$ olsun. Elemanları sadece ve sadece $-n$'lerden oluşan topluluk bir küme olur. Bu kümeyi $-\omega$ ile gösterip, $\mathbb{Z} = \omega \cup (-\omega)$ olsun. Her $s,t \in \omega$ için $s = t + k$ ya da $t = s + k$ olacak biçimde $k \in \omega$ olacağı bilgisini kullanarak; verilen her n, $m \in \omega$ için

$(-n) \oplus (-m) = -(n+m)$, $-(n+m) \oplus m = m \oplus (-(n+m)) = -n$, $n \oplus m = n + m$

ve

$$(-n) \otimes (-m) = n \otimes m = nm,\ (-n) \otimes m = m \otimes (-n) = -(nm)$$

tanımlamalarıy altında,

$$\oplus(s,t) = s \oplus t \text{ ve } \otimes(s,t) = s \otimes t$$

eşitliğiyle $\oplus, \otimes : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ fonksiyonlarını tanımlayalım. $(\mathbb{Z}, \oplus, \otimes)$ bildiğimiz tam sayılar sistemi olacaktır.