

SONLU COXETER GRUPLARININ İNDİRGENMİŞ CEBİRLERİ

Hasan Arslan

Erciyes Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 38039, Melikgazi, Kayseri

Sonlu bir Coxeter grubunun indirgenmiş cebiri 1976 yılında Louis Solomon [5] tarafından inşa edildi. İndirgenmiş cebirin inşa edilmesindeki temel amaç, sonlu bir Coxeter grubunun işaret karakterini yine bu grubun permütasyon karakterleri cinsinden ifade edebilmektir. İndirgenmiş cebiri 1992 yılında Bergeron, Bergeron, Howlet, Taylor [2] daha sistematik bir şekilde yeniden inşa ettiler ve bu cebire ilişkin ortogonal primitif idempotentlerin bir koleksiyonunu elde ederek bu cebirin bir parçalanmasını verdiler. 1995 yılında Mantaci ve Reutenauer [4] B_n -tipi Coxeter gruplarının indirgenmiş cebirini ihtiva eden yeni bir cebir inşa ettiler. 2006 yılında Bonnafé ve Hohlweg [3] Mantaci-Reutenauer cebirini sistematik bir şekilde, daha çok grubun yapısal özelliklerini kullanarak yeniden oluşturdular. 2018 yılında [1] de Mantaci-Reutenauer cebirinin birimlerinin yapısını elde ettik.

(W, S) sonlu bir Coxeter sistem olsun. Her bir $J \subseteq S$ için W nin J tarafından üretilen W_J alt grubuna *standart parabolik alt grubu* denir. Her bir $J \subseteq S$ için $D_J = \{x \in W : \forall s \in J \text{ için } l(xs) > l(x)\}$, W_J nin W deki minimal koset temsilcilerinin kümesidir, burada l , W nun uzunluk fonksiyonudur. D_J kümesinin bütün elemanlarının toplamı $d_J = \sum_{w \in D_J} w$ şeklinde tanımlanmak üzere $\sum(W) = \bigoplus_{J \subseteq S} Qd_J$ kümesi $Q(W)$ grup cebirinin bir alt cebiri olup bu cebire *indirgenmiş cebir* denir. $\{d_J : J \subseteq S\}$ kümesi $\sum(W)$ cebirinin bir bazı olup $\text{boy} \sum(W) = 2^{|S|}$ dir.

$Q\text{Irr}W$, W grubunun indirgenemez karakterlerinin cebirini göstermek üzere,

$$\Phi : \sum(W) \rightarrow Q\text{Irr}W, \Phi(d_J) = \varphi_J$$

dönüşümü bir cebir morfizmidir, burada $\varphi_J = \text{Ind}_{W_J}^W 1_J$ ve 1_J , W_J nin aşık karakteri olup φ_J

W_J nin W deki permütasyon karakteridir. $\sum(W)$ cebirinin radikali

$$\text{rad} \sum(W) = \text{Ker} \Phi = \sum_{J \equiv_w K} Q(d_J - d_K)$$

olup bu cebir semisimple değildir. W grubunun işaret karakteri ε olmak üzere, Solomon

$$\varepsilon = \sum_{K \subseteq S} (-1)^{|K|} \varphi_K$$

formülünü elde ederek grubun işaret karakterini permütasyon karakterlerinin lineer birleşimi olarak elde etmiştir.

REFERANSLAR

- 1- Arslan, H., Can, H., A note on the Units of Mantaci-Reutenauer Algebra, Bull. Korean Math. Soc., 55(4), 1037-1049, 2018.
- 2- Bergeron, F., Bergeron, N., Howlett, R.B., Taylor, D.E., A Decomposition of the Descent Algebra of a Finite Coxeter Group, Journal of Algebraic Combinatorics, 1(1), 23-44, 1992.
- 3- Bonnafé, C., Hohlweg, C., Generalized descent algebra and construction of irreducible characters of hyperoctahedral groups, Annales de l'Institut Fourier (Grenoble), 56(1):131 – 181, 2006.
- 4- Mantaci, R., Reutenauer, C., A generalization of Solomon's algebra for hyperoctahedral

groups and other wreath products, *Communications in Algebra*, 23(1):27 – 56, 1995.

5- Solomon, L., A Mackey Formula in the group ring of a Coxeter group, *Journal of Algebra*, 41(2) (1976), 255-264.