359 YILLIK SERÜVEN: FERMAT'IN SON TEOREMİ

Doç.Dr. İlker İNAM
Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü
E-Posta : ilker.inam@gmail.com

ÖZET

$x, y, z > 0$ olmak üzere Pierre de Fermat, 1635'te $x^n + y^n = z^n$ eşitliğinin $n > 3$ için hiçbir tamsayı çözümü olmayacağını ortaya sürmüş ve herkesin bildiği anekdot yaşanmıştır. Birçok matematikçinin çözmek için uğraştığı ancak zaman zaman ümitsizliğe kapıldığı bu problem 1994'te Andrew Wiles tarafından çözülmüştür. Aslında ispatlanan Taniyama-Shimura Sanısı'dır, bu sanı ise $\mathbb{Q}$ üzerinde tanımlı her bir *E* eliptik eğrisine iki ağırlıklı bir modüler (cusp) form karşılık geldiğini ve tersinin de doğru olduğunu söylemektedir. 1955-57'de ortaya atılan bu problemin isim kahramanlarının yanı sıra Weil, Frey, Serre, Ribet, Taylor, Katz ve Sarnak'ın katkılarıyla aslında Fermat'ın Son Teoremi'ni gerektiği ispatlanmış olup çocukluk hayalini gerçekleştiren Andrew Wiles 359 yıllık serüvene son noktayı koymuştur. Geniş kitleye ulaşmayı hedefleyen bu konuşmada eliptik eğriler ve modüler formlar tanıtılacak, temel özellikleri verilecek ve bu iki kavramın birbiriyle bağlantısı ortaya konacaktır ve problemin tarihçesi sunulacaktır.

Anahtar Kelimeler: Eliptik eğriler; modüler formlar, Modülarite Teoremi; Taniyama-Shimura Sanısı

ABSTRACT

Pierre de Fermat suggested in 1635 that the equation $x^n + y^n = z^n$ would have no integer solution for $n > 3$, with $x, y, z > 0$, and the anecdote that everyone knows happened. This problem, which many mathematicians tried to solve but sometimes fell into despair, was solved by Andrew Wiles in 1994. In fact, what has been proven is the Taniyama-Shimura Conjecture, which says that a weight two modular (cusp) form corresponds to each elliptic curve *E* defined on $\mathbb{Q}$ and vice versa. With the contributions of Weil, Frey, Serre, Ribet, Taylor, Katz and Sarnak as well as the heroes of the name, this problem, which was actually put forward in 1955-57, was proven to imply Fermat's Last Theorem, and Andrew Wiles, who realized his childhood dream, brought the end to his 359-year adventure. In this talk, which aims to reach a wide audience, elliptic curves and modular forms will be introduced, their basic properties will be given, the connection between these two concepts will be revealed and the history of the problem will be presented.

Key Words: Elliptic Curves; modular forms; Modularity Theorem; Taniyama-Shimura Conjecture

KAYNAKLAR – REFERENCES

[1] Breuil, Christophe; Conrad, Brian; Diamond, Fred; Taylor, Richard (2001). "On the modularity of elliptic curves over $\mathbb{Q}$: Wild 3-adic exercises". *Journal of the American Mathematical Society*. 14 (4): 843–939.

[2] Frey, Gerhard (1982), "Rationale Punkte auf Fermatkurven und getwisteten Modulkurven" [Rational points on Fermat curves and twisted modular curves], *J. Reine Angew. Math.* (in German), 331 (331): 185–191,

[3] Frey, Gerhard (1986). "Links between stable elliptic curves and certain diophantine equations". *Annales Universitatis Saraviensis. Series Mathematicae*. 1: 1–40.

[4] Koblitz, Neal 1984. Introduction to elliptic curves and modular forms. Springer-Verlag, New York, USA, 248 pp.

[5] Miyake, Toshitsune 2006. Modular forms. Springer-Verlag, New York, USA, 335 pp.

[6] Ribet, Ken (1990). From the Taniyama–Shimura conjecture to Fermat’s last theorem. *Ann. Fac. Sci. Toulouse Math.* 11: 116-139.

[7] Ribet, Ken (1990). "On modular representations of Gal(Q/Q) arising from modular forms". *Inventiones Mathematicae*. 100 (2): 432.

[8] Serre, Jean-Pierre (1987), "Sur les représentations modulaires de degré 2 de Gal(Q/Q)", *Duke Mathematical Journal*, 54 (1): 179–230.

[9] Silverman, Joseph, H. 1986. The arithmetic of elliptic curves. Springer-Verlag, USA, 400 pp.

[10] Wiles, Andrew (1995). "Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem". *Annals of Mathematics*. 141 (3): 443–551.